

大規模知識処理特論 最適化 (1) 練習問題 略解

p.7 練習問題

各製品の生産量を x_1, x_2, x_3 とする。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && 3x_1 + 5x_2 + 4x_3 \\ &\text{subject to} && 4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ & && x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 7 \\ & && 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 9 \\ & && 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 8 \\ & && x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

p.8 練習問題

各製品の生産量を x_1, x_2, \dots, x_n とする。

$$\begin{aligned} &\text{maximize} && \sum_{i=1}^n a_i x_i \\ &\text{subject to} && \sum_{i=1}^n c_{ij} x_i \leq b_j \quad (j = 1, 2, \dots, m) \\ & && x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

p.16 練習問題

最適解は $(x_1, x_2) = (\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ で、最適値は $\frac{26}{3}$ となる。

p.18 練習問題

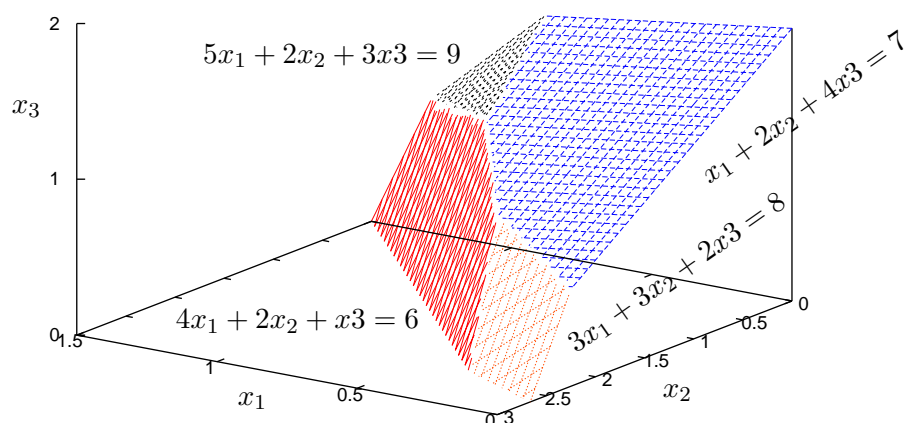
最適解は $(x_1, x_2) = (2, 0)$ で、最適値は 8 となる。

p.20 練習問題

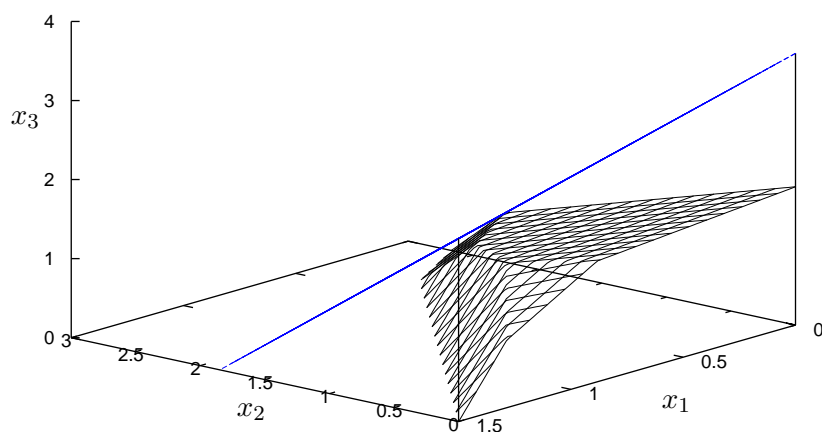
- (a) 図は省略。最適解は $(x_1, x_2) = (\frac{4}{3}, \frac{2}{3})$ で、最適値は $\frac{26}{3}$ となる。
- (b) 図は省略。最適解は $(x_1, x_2) = (0, 0)$ で、最適値は 0 となる。
- (c) 図は省略。最適解は $(x_1, x_2) = (6, 2)$ で、最適値は 28 となる。
- (d) 図は省略。最適解は $(x_1, x_2) = (0, 1)$ で、最適値は 2 となる。

p.21 発展問題

図は以下の通り。



見る角度を変えて、 $z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$ の平面が多面体の端点に接している図を、以下に示す。



最適解は多面体の端点である $(x_1, x_2, x_3) = (0, \frac{9}{4}, \frac{5}{8})$ で、最適値は $\frac{55}{4}$ となる。

2変数なら図を利用して最適化もできるが、3変数になると大変。

さらに変数が増えたと、お手上げになる。

p.29 練習問題

$$\begin{aligned} \text{(a) minimize } & z = -4x_1 - 2x'_2 + 2x''_2 \\ \text{subject to } & 2x_1 + 2x'_2 - 2x''_2 + s_1 = 4 \\ & 3x_1 + 6x'_2 - 6x''_2 - s_2 = 9 \\ & x_1, x'_2, x''_2, s_1, s_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$b_i \geq 0$ にするため、 $-3x_1 - 6x_2 \leq -9$ を $3x_1 + 6x_2 \geq 9$ に変形する。

$$\begin{aligned} \text{(b) minimize } & z = -3x_1 - 5x_2 - 4x'_3 + 4x''_3 \\ \text{subject to } & 4x_1 + 2x_2 + 3x'_3 - 3x''_3 + s_1 = 6 \\ & -3x_1 + 4x_2 - 5x'_3 + 5x''_3 - s_2 = 2 \\ & x_1, x_2, x'_3, x''_3, s_1, s_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$b_i \geq 0$ にするため、 $3x_1 - 4x_2 + 5x_3 \leq -2$ を $-3x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq 2$ に変形する。